

《对数的概念》教学设计

课前准备:

学生课前进行预习，教师课前打开多媒体设备，上传课件。

| | | | | | |
|------------|-----|----------------------|-------|----|-------|
| 学科 | 数学 | 年级 | 高一 | 课题 | 对数的概念 |
| 授课人 | 易彤沅 | 指导教师 | 罗德仁老师 | 课型 | 新授课 |
| 基本教材或主要参考书 | | 人教 A 版高中数学必修一、教师教学用书 | | | |

教材分析:

本节课内容为人教 A 版必修一第四章第 4.3.1 节《对数的概念》，共 2 课时，本节为第一课时。主要内容是对数概念的理解以及指数与对数的转化。在高中数学中，对数函数是在指数函数的基础上对函数类型的拓广，同时对数函数在高考中占据一定比例的分数。因此，首先建立起对数的概念，对于学生学习对数函数有极其重要的作用。

本节对“指数运算的逆运算”的类比，抽象出对数的概念，是在学生学习了指数的运算的基础上进一步研究对数。为对数函数的探究提供研究思路与探索方法，具有承上启下的重要作用。

教学目标:

依据课程标准的教学要求，渗透新课标理念，并结合以学情分析，我制定了如下的教学目标与素养培养：

1、研究简单特殊的指数幂的形式，通过回顾四则运算的产生与演变，用“逆运算”方法推导出对数的概念并体会其所蕴含的“逆向思维”思想，培养学生逻辑推理、数学运算的核心素养。

2、探索复杂特殊的指数幂的形式，提炼出“类比”的中心思想，引导学生建构和掌握对数的概念，进一步体会从特殊到一般，初步感知归纳与演绎，培养数学思维能力，提升学生逻辑推理的核心素养。

3、运用逆向思维以及类比方法推导对数的概念，学生体会从特殊到一般的数学方法。运用逆向思维解决学生生活的小问题，树立文化自信。

教学重点与难点:

1、重点：对数的概念的理解，指对互换公式的理解与应用。

2、难点：对数概念的合理生成与深刻理解。

学情分析:

知识基础：学生已经学习指数及指数函数的相关概念、性质等。但对数的概念是一个全新的概念，学生理解起来有一定的困难，对对数的概念的接受可能会较慢。

认知水平与能力：学生已初步具有抽象逻辑思维能力，但思维严谨性不够，学生能在教师的引导下，独立或通过合作探究解决问题。

教法和学法:

探究、讲授、讨论、练习等。

(一)、创设问题情境

问题提出：在 4.2.1 的问题 1 中，通过指数幂运算，我们能从 $y=1.11^x$ 中求出经过 4 年后 B 地景区的游客人次为 2001 年的倍数 y 。反之，如果要求经过多少年游客人次是 2001 年的 2 倍，3 倍，4 倍，...，那么该如何解决？

上述问题实际上就是从 $2=1.11^x$ ， $3=1.11^x$ ， $4=1.11^x$ ，...

开门见山，通过对上节问题的提问和引伸，提出新问题，从而引出对数的概念。培养和发展逻辑推理和数学运算的核心素养。

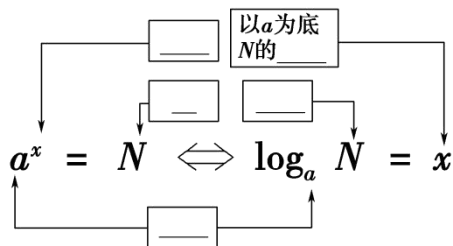
中分别求出 x ，即已知底数和幂的值，求指数。这是本节要学习的对数。

对数的发明：对数的创始人是苏格兰数学家纳皮尔（Napier，1550 年~1617 年）。他发明了供天文计算作参考的对数，并于 1614 年在爱丁堡出版了《奇妙的对数定律说明书》，公布了他的发明。恩格斯把对数的发明与解析几何的创始，微积分的建立并称为 17 世纪数学的三大成就。

（二）、探索新知

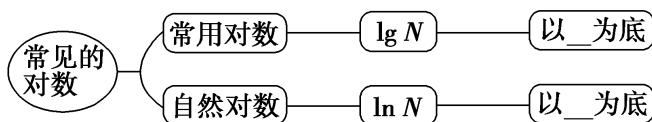
1. 对数

(1)指数式与对数式的互化及有关概念：



(2)底数 a 的范围是_____.

2. 常用对数与自然对数



3. 对数的基本性质

(1)负数和零没有对数. (2) $\log_a 1 = __ (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$. (3) $\log_a a = __ (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$.

思考：为什么零和负数没有对数？

[提示] 由对数的定义： $a^x = N (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ ，则总有 $N > 0$ ，所以转化为对数式 $x = \log_a N$ 时，

不存在 $N \leq 0$ 的情况。

1. 思考辨析

(1) $\log_a N$ 是 \log_a 与 N 的乘积. ()

(2) $(-2)^3 = -8$ 可化为 $\log_{(-2)}(-8) = 3$. ()

(3)对数运算的实质是求幂指数. ()

[答案] (1)× (2)× (3)√

2. 若 $a^2 = M (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ ，则有()

A. $\log_2 M = a$

B. $\log_a M = 2$

C. $\log_2 2 = M$

D. $\log_2 a = M$

B [$\because a^2 = M, \therefore \log_a M = 2$, 故选 B.]

（三）典例解析

例 1 将下列指数形式化为对数形式,对数形式化为指数形式:

(1) $5^4 = 625$; (2) $2^{-7} = \frac{1}{128}$; (3) $(\frac{1}{2})^m = 5.73$

(4) $\log^{\frac{1}{2}} 32 = -5$; (5) $\lg 1\,000 = 3$; (6) $\ln 10 = 2.303$

通过对对数概念的解析，理解对数与指数的关系，进而理解对数的概念，发展学生数学抽象、数学建模和逻辑推理等核心素养；

通过典例问题的分析，让学生进一步熟悉指数式与对数式的转化。深化对对数概念的理解。

[解] (1) 由 $5^4=625$, 可得 $\log_5 625=4$.

(2) 由 $2^{-7}=\frac{1}{128}$, 可得 $\log_2 \frac{1}{128}=-7$.

(3) 由 $(\frac{1}{2})^m=5.73$, 可得 $\log_2^{\frac{1}{2}} 5.73=m$,

(4) 由 $\log_2^{\frac{1}{2}} 32=-5$, 可得 $(\frac{1}{2})^{-5}=32$.

(5) 由 $\lg 1\,000=3$, 可得 $10^3=1\,000$.

(6) 由 $\ln 10=2.303$, 可得 $e^{2.303}=10$.

[规律方法] 指数式与对数式互化的方法

将指数式化为对数式, 只需要将幂作为真数, 指数当成对数值, 底数不变, 写出对数式;

将对数式化为指数式, 只需将真数作为幂, 对数作为指数, 底数不变, 写出指数式;

例 2 求下列各式中的 x 的值:

(1) $\log_{64} x = -\frac{2}{3}$; (2) $\log_x 8 = 6$;

(3) $\lg 100 = x$; (4) $-\ln e^2 = x$.

[解] (1) $x = (64)^{-\frac{2}{3}} = (4^3)^{-\frac{2}{3}} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$.

(2) $x^6 = 8$, 所以 $x = (x^6)^{\frac{1}{6}} = 8^{\frac{1}{6}} = (2^3)^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$.

(3) $10^x = 100 = 10^2$, 于是 $x = 2$.

(4) 由 $-\ln e^2 = x$, 得 $-x = \ln e^2$, 即 $e^{-x} = e^2$,
所以 $x = -2$.

规律方法: 要求对数的值, 设对数为某一未知数, 将对数式化为指数式, 再利用指数幂的运算性质求解。

[探究问题]

1. 你能推出对数恒等式 $a^{\log_a N} = N (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1, N > 0)$ 吗?

提示: 因为 $a^x = N$, 所以 $x = \log_a N$, 代入 $a^x = N$ 可得 $a^{\log_a N} = N$.

2. 如何解方程 $\log_4(\log_3 x) = 0$?

提示: 借助对数的性质求解, 由 $\log_4(\log_3 x) = \log_4 1$, 得 $\log_3 x = 1$, $\therefore x = 3$.

例 3 设 $5\log_5(2x-1) = 25$, 则 x 的值等于()

A. 10 B. 13 C. 100 D. ± 100

(2) 若 $\log_3(\lg x) = 0$, 则 x 的值等于_____.

思路探究: (1) 利用对数恒等式 $a^{\log_a N} = N$ 求解;

(2) 利用 $\log_a a = 1$, $\log_a 1 = 0$ 求解.

通过问题探究进一步理解对数的概念, 并推出对数的相关性质, 发展学生数学运算和逻辑推理核心素养;

| | |
|---|---|
| <p> $\log_5(2x-1)$ (1)B (2)10 [(1)由 $5^{\log_5(2x-1)}=25$ 得 $2x-1=25$, 所以 $x=13$, 故选 B. (2)由 $\log_3(\lg x)=0$ 得 $\lg x=1$, $\therefore x=10$.] </p> | |
| <p>归纳总结:</p> <p>1.利用对数性质求解的 2 类问题的解法</p> <p>(1) 求多重对数式的值解题方法是由内到外, 如求 $\log_a \log_b c$ 的值, 先求 $\log_b c$ 的值, 再求 $\log_a \log_b c$ 的值.</p> <p>(2) 已知多重对数式的值, 求变量值, 应从外到内求, 逐步脱去“log”后再求解.</p> <p>2.性质 $a^{\log_a N} = N$ 与 $\log_a a^b = b$ 的作用</p> <p>(1) $a^{\log_a N} = N$ 的作用在于能把任意一个正实数转化为以 a 为底的指数形式.</p> <p>(2) $\log_a a^b = b$ 的作用在于能把以 a 为底的指数转化为一个实数</p> | |
| <p>四、小结</p> <p>1、对数的概念, 指数式与对数式的转化;</p> <p>2、对数的性质及运用;</p> <p>五、作业</p> <p>1. 课时练 2. 预习下节课内容</p> | <p>学生根据课堂学习, 自主总结知识要点, 及运用的思想方法。注意总结自己在学习中的易错点;</p> |
| <p>六、板书设计</p> <p style="text-align: center;">§ 4.3.1 对数的概念</p> <p>1. 定义: 如果 $a^x=N(a>0$ 且 $a\neq 1)$, 那么数 x 叫作以 a 为底 N 的对数, 记作: $x = \log_a N$</p> <p>2. 指对互换</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 0 10px;">$a^x=N$</div> <div style="display: inline-block; font-size: 2em; vertical-align: middle;">↔</div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 0 10px;">$x = \log_a N$</div> <p style="margin-top: 5px;">$(a>0$ 且 $a\neq 1)$</p> </div> | |